

Symmetrien; die Welt wird einfacher und schöner

Philosophieren:

Was ist Symmetrie? verschieben, drehen, spiegeln, umklappen, falten, wiederholen - schön

Aufgabe 1: Falte ein Papier einmal durch, kleckse etwas Farbe auf eine Seite und klebe zusammen. Was entsteht, wie stehen die beiden Bilder zur Faltkante ?

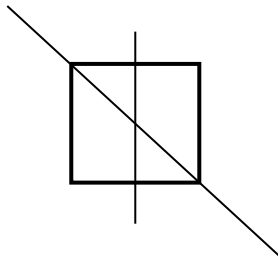
Aufgabe 2: Symmetrische Figuren

A

Setze auf eine Figur, dort wo Du die Symmetrieachse vermutest, einen Spiegel, der den zweiten Teil der Figur verdeckt. Nun müsstest Du die Figur wieder vollständig sehen, wenn Du den sichtbaren Teil und das Spiegelbild zusammen nimmst.

Oder

Denk' Dir die Figur um die Spiegelachse halb herumdreht. Dann muss sie wieder gleich sein. Wie viele solcher Achsen kannst Du beim Quadrat (Rechteck mit gleich langen Seiten) finden? 2 sind schon mal eingezeichnet.



Und wie ist das beim durchgeschnittenen Apfel ? Ist die Schnittfläche symmetrisch und / oder die beiden Apfelhälften ?

Wo liegt die Symmetrieachse der Schnittkante ? Zeichne sie ein.



Hier kommen im gleichen Zusammenhang Worte mit Achse vor:

Spiegel-

Dreh-

Symmetrie-

achse

Um eine Achse kann man ein Rad drehen und jedes Auto hat Achsen, vorn und hinten mit je 2 Rädern dran.

So kannst Du Dir auch eine Figur um die Achse gedreht denken und wenn Du sie einmal halb herumdrehst, muss die Figur wieder unverändert sein. Man nennt das

„die Figur wird auf sich selbst abgebildet“

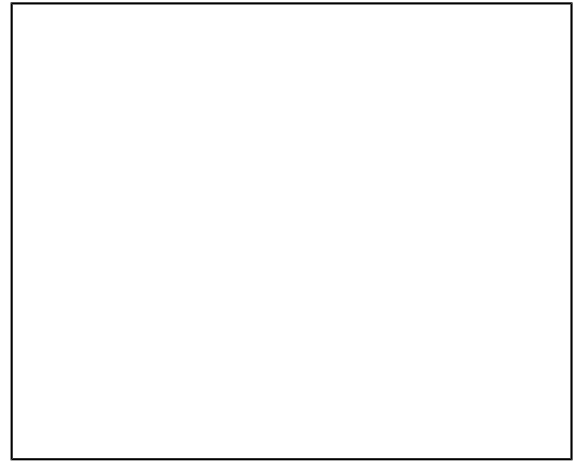
Aufgabe 3:

einmal mit 4 Blumenblättern

Male in die 2 Felder möglichst symmetrische Blumen,

und

einmal mit mindestens 8 Blumenblättern.



Aufgabe 4: Wo ist im Alltag überall Symmetrie drin ? Probier es aus!

Suche zu den Buchstaben und den Figuren alle Symmetrieachsen. Zeichne sie ein!

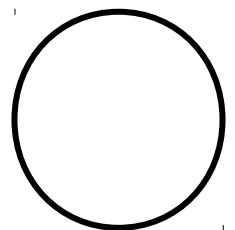
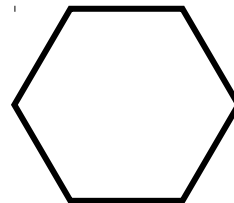
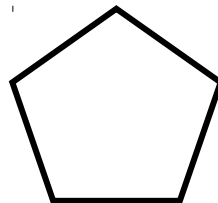
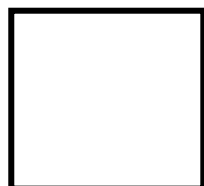
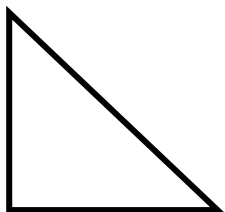
A B C D E F

D G H I J K

L M N O P Q

R S T U V W

X Y Z



Aufgabe 5:

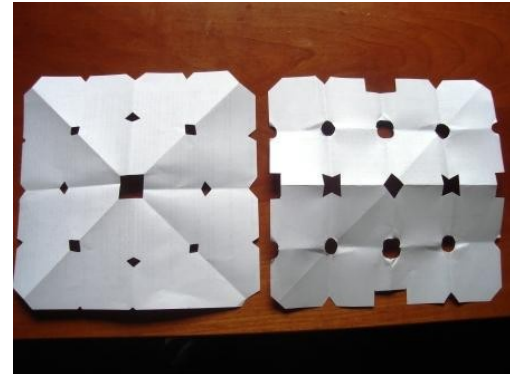
Nimm ein Blatt Papier und erstelle Dir ein Papier-Quadrat (Recheck mit gleich langen Seiten).
Wie geht denn das? Falte über Eck und schneide den übrigen Teil mit der Schere ab.

Nun falte es immer an einer Spiegelachse der Figur, die Du gerade erreicht hast.

Schneide mit der Schere einmal die glatt Ecken ab oder Dreiecke in die Ecken rein und zwischendurch auch mal an den Seitenlinien kleine Dreiecke oder kleine Rechecke oder andere Figuren.

Wiederhole das mehrere Male. Hier hast Du wieder eine Generatorregel, wie wir sie oben schon öfters genutzt haben.

Dann falte auf und sieh' Dir Dein Muster an. Wo siehst Du überall Symmetrien ?



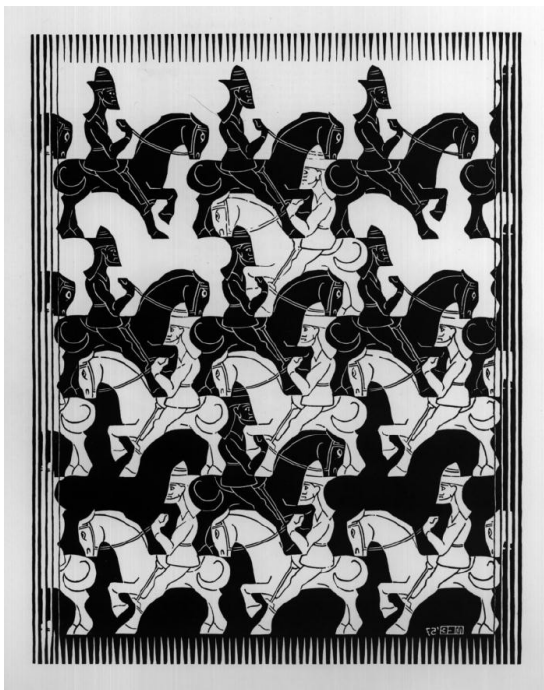
Hinweis: Was hast Du beim Hebel gelernt, wie Du dickes Papier mit der Schere schneiden musst ?

Aufgaben 7: **Wo sind hier Symmetrien ??**

NURDUGUDRUN

kann man von vorne oder hinten lesen.

Was heißt es denn ? NUR DU GUDRUN



Wie viele Arten von Reitern siehst Du hier ?

Nur zwei !! Alle anderen sind gespiegelt, verschoben, anders gefärbt



Und wie viele **Symmetrien** entdeckst Du an der **Kathedrale von Pisa** ?

Symmetrien in einem Gedicht

ALFRED KÖNNER

Wer mäuschenstill am Bache sitzt

wer mäuschenstill am Bache sitzt,
kann hören, wie ein Fischlein flitzt.
Wer mäuschenstill im Grase liegt,

kann hören, wie ein Falter fliegt.

Wer mäuschenstill im Bette lauscht,
kann hören, wie der Regen rauscht.

Wer mäuschenstill ist und nicht brummt,
kann hören, wie die Biene summt.

Wer mäuschenstill im Walde steht,
kann hören, wie ein Rehlein geht.

Wer mäuschenstill ist und nicht stört,
kann hören, was man sonst nicht hört.

Das Gedicht besteht aus:

6 Strophen
aus je 2 Versen, die einen Satz bilden.
12 Verse im Gedicht

Jede Strophe besteht aus 3 Sätzen, die zu einem Satzgefüge (= Strophe) zusammengefasst sind.

2 x 6 gleiche **Versanfänge**

Jede Strophe hat einen eigenen **Paarreim**:
aa bb cc dd ee ff

Jede Verszeile hat genau **8 Silben**

Jede Verszeile hat genau **4 Hebungen**
(Jambus) mit betonten Endungen.

Das Gedicht ist
voller Wiederholungen und Symmetrien
und die gleichmäßige Form erzeugt
seine Eindringlichkeit.

In den Strophen 4 und 6 gibt es aber leichte
rhythmische Abwandlungen in der Struktur,
wodurch das Gedicht lebendiger wird.

Verallgemeinerung des Inhaltes aus den
vorhergehenden Zeilen 2, 4, 6, 8, 10 (gerade)

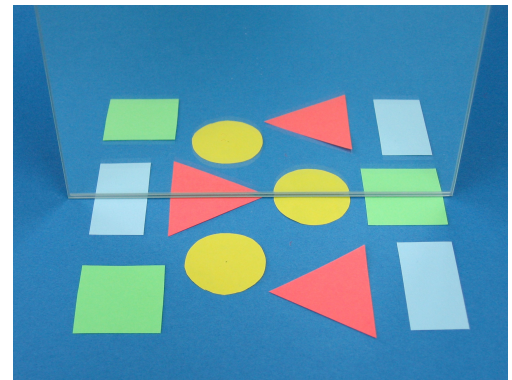
Verallgemeinerung des Inhaltes aus den
vorhergehenden Zeilen 1, 3, 5, 7, 9 (ungerade)

Aufgabe 8: Spiegelbilder:

1 Spiegel

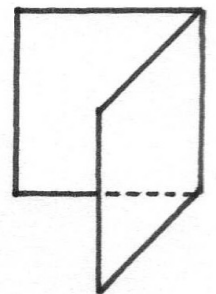
Welche Figuren sind spiegelsymmetrisch ?
 Mal Dir einige Figuren auf ein Blatt Papier und probiere es aus.

Verändert sich beim Spiegeln die Form
 oder wird aus einem ein Dreieck wieder ein Dreieck, aus
 Quadrat ein Quadrat, aus Kreis ein Kreis ?
 Ist das nur eine Vermutung oder kann man das beweisen ?

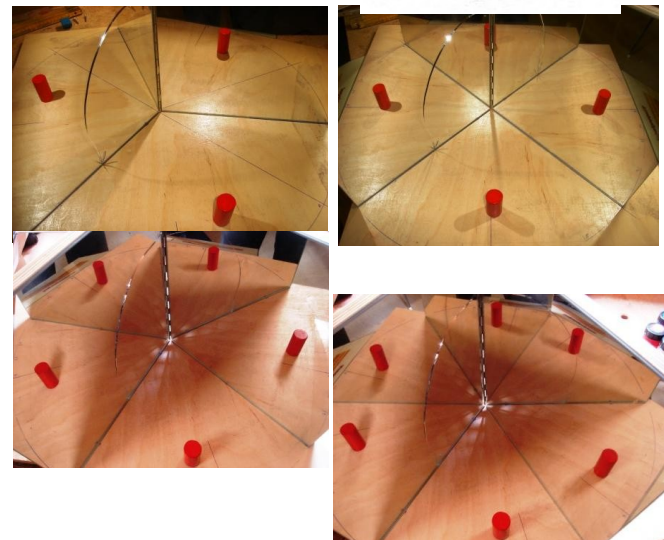


2 Spiegel

Lege einen Körper zwischen die zwei Spiegel und drehe die bewegliche
 Spiegelhälfte so, dass wieder ganze, glatte Figuren erscheinen und diese beim
 Drehen des Kopfes nicht mal verschwinden und wieder auftauchen.
 Geht das mit jedem Winkel, in dem die beiden Spiegel stehen oder nur mit ganz
 bestimmten ?



| Teil des Vollkreises | Wie oft siehst den Quader oder Dein Gesicht ? |
|--|---|
| 2 Halbkreis | |
| 3 Drittel des Vollkreises siehe bei 6 | |
| 4 Viertel eines Vollkreises Halbkreis halbieren | |
| 5 es gibt keine Konstruktion mit Zirkel | |
| 6 Vollkreis in 6 Teile teilen Radius auf dem Kreisumfang mehrmals auftragen, das geht auf !!! | |
| 7 es gibt keine Konstruktion mit Zirkel | |
| 8 Die Viertel halbieren | |
| 9 | |



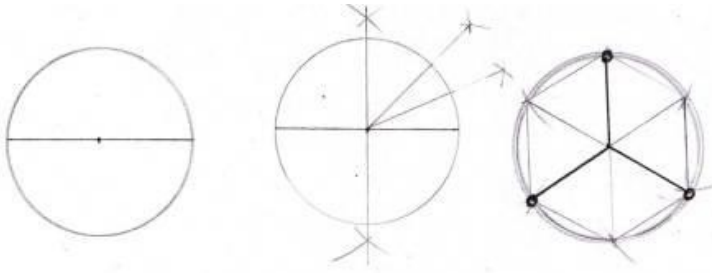
Probier das auch mit Deinem Gesicht aus ?
 Liefert jede Winkeleinstellung eine feste Zahl an Spiegelungen oder nur ganz bestimmte Winkel ?
 Siehe auf dem Brett nach!!

Mathematik für Schlaumeier:

Wie teilt man einen Vollkreis in genau 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 gleiche Teile ?

Das geht für 2, 4, 8, 16, ... ganz leicht, weil man den Winkel immer allein mit einem Zirkel halbieren kann.

Das geht auch für 3, 6, 12, weil man den Kreis leicht durch 6 teilen kann.



Kreis halbieren

vierteln,
achteln

6 Teile *siehe auch*
(6 gleichseitige Dreiecke)

Es geht aber nicht für 5, 7, 9, 11 Teile eines vollen Kreises!!

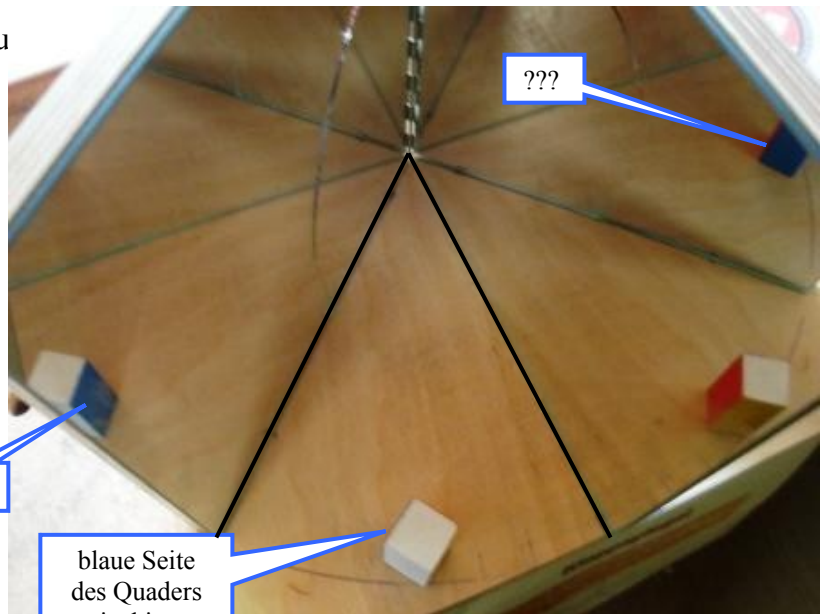
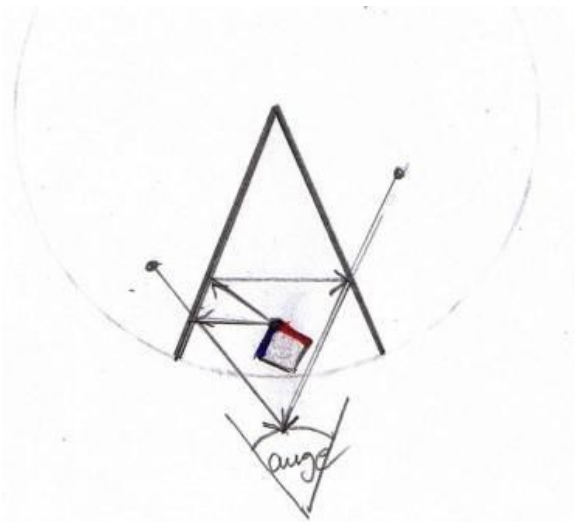
Mit obigem Spiegelexperiment kann man einen Vollkreis auch in 5, 7, 9 Teile teilen, was mit Zirkel nicht geht.

Spiegel können in diesem Fall als Werkzeug zum Teilen eines Kreises genutzt werden. Hier spielen Mathematik und Physik zusammen.

Physik für Schlaumeier

Wie kommt es, dass in der rechten Spiegelu seiner blauen Seite nach links zeigt ?

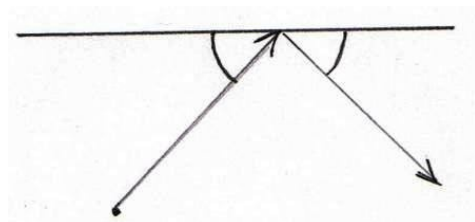
Wie laufen denn die Lichtstrahlen ?



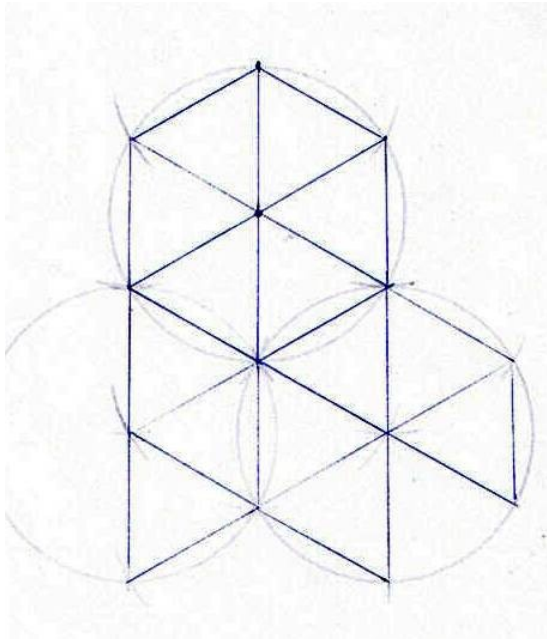
???

blaue Seite
des Quaders
ist hier

Und wie spiegelt ein Spiegel einen Lichtstrahl ?



Aufgabe 9:



Nimm ein leeres Blatt Papier, Zirkel und Lineal und einen Bleistift und konstruiere Dir selber so ein schönes Muster.

Beginne mit einem Kreismittelpunkt in der Mitte des Blattes. Mache einen Kreis der nicht zu groß sein sollte, damit mehrere Kreise neben- und übereinander auf's Blatt gehen.

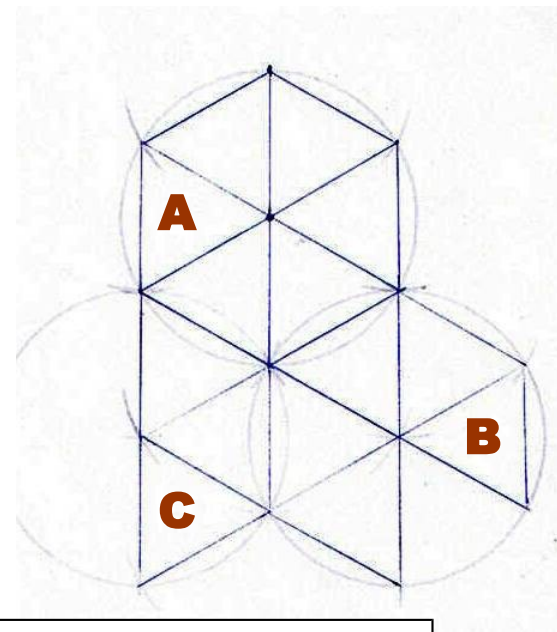
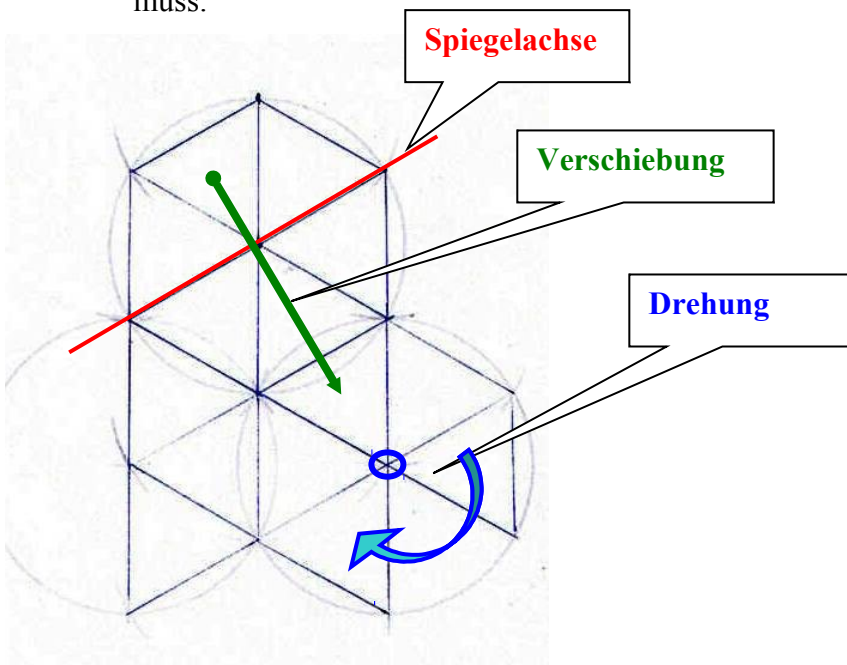
Mit dem Radius des Kreises mache mit Hilfe des Zirkels 6 Abschnitte auf dem Kreisumfang, wie Du es schon einmal geübt hast. Verbinde die Punkte auf dem Kreis und mit dem Kreismittelpunkt..

Nun trage den Kreisradius von 2 Ecken des Sechsecks nach außen ab und wo die sich schneiden ist der Mittelpunkt eines neuen Kreises und damit beginnt alles von vorne und so weiter bis das Blatt fast voll ist.

Welche Muster und Figuren siehst Du jetzt in Deinem Bild ?

Aufgabe 10:

Die Mathematiker haben bewiesen, dass man alle Dreiecke und alle Figuren im Bild aus irgendeinem der Dreiecke erzeugen kann und man braucht dazu nur drei verschiedene Operationen (Aktionen, Vorgänge, ?????????), die man in geschickter Reihenfolge hinter einander anwenden muss.



In welchen Schritten (möglichst wenige!!) kommst Du von Dreieck A nach B und dann von B nach C ?

Wie kommst Du von einem Sechseck ins nächste ?

Welches ist denn überhaupt das nächste ?

Vergleiche: Nimm die Vorgänge addieren (+) und multiplizieren (•) statt Verschiebung, Drehung und Spiegelung. Auf wie viele Arten kannst Du aus 2 und 3 die 12 errechnen? $2 \bullet (3 + 3)$ oder $3+3+3+3$ oder ???? Probier es!

Aufgabe 11:

Wie viele Sechsecke sind in Deinem Bild drin? Nur diejenigen, die Du gezeichnet hast oder noch mehr ?

Wie viele Spiegelachsen findest Du in Deinem Muster ? Zeichne einige mit einem Rotstift ein.

Aufgabe 12:

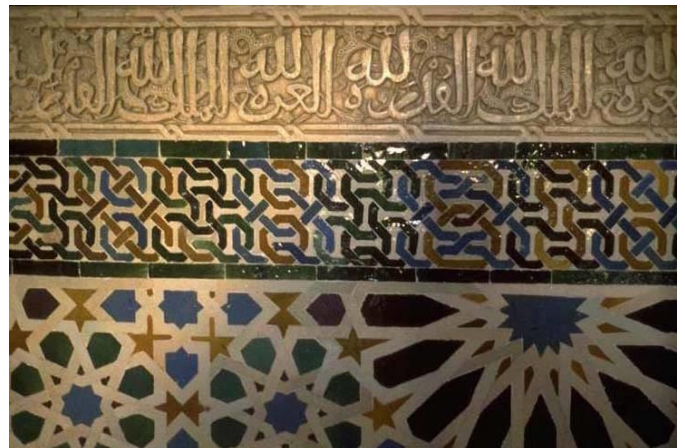
Und wenn Du Lust hast, kannst Du Dein Muster auch farbig machen, aber bitte so, dass nie zwei gleiche Farben an einer Kante zusammentreffen. Wie viele verschiedene Farben brauchst Du dazu ?
Die Mathematiker haben für beliebige Muster bewiesen, dass man mindestens 4 Farben braucht, aber auch nicht mehr.

Knobelfrage:

Was machst Du, wenn Du eine Tapete mit Blümchenmuster bedrucken willst und zu faul bist, jedes Blümchen wieder neu zu zeichnen und auszumalen ?

Zusammenfassung zu den Symmetrien:

- Symmetrien überall
- Vereinfachen die Arbeit
- Symmetrien sind schön



Und nun ein schönes Pflaster für den Garten

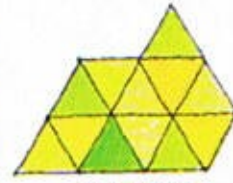


Wenn Du genau hinschaust, sind hier verschieden farbige unregelmäßige 6-Ecke kreisförmig angeordnet in einen weißen Untergrund gelegt worden. Dazu kommen noch blassblaue Sterne in der Kreismitte und einige 9-Ecke. Alle Legesteine sind in sich symmetrisch.

Dieses Pflaster ist teuer, weil man viele verschiedene Steine braucht.



QUADRATE



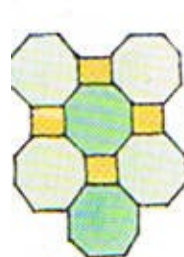
DREIECKE



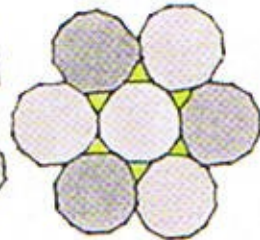
FÜNFECKE



SECHSECKE



ACHTECKE



ZWÖLFECKE

Kann man ein schönes Pflaster aus nur einer Sorte gleichmäßig geformter Pflastersteinen legen?

Die Mathematiker haben bewiesen, dass das nur mit Dreiecken, Vierecken und Sechsecken geht.

Probier das mal aus!

Geht es für 5-Ecke wirklich nicht?

Erweiterung mit Beispielen aus der Natur

Nicht Symmetrien sondern regelmäßig

Welcher Regeln kommen hier vor: Spiegeln, drehen, vervielfältigen, verschieben

Blätter Farn usw.

Blüten

Salzkristalle

Haus Schule

Kinder sind im Schulgarten von Erdbeeren, Johannisbeeren, Käfern usw. sehr abgelenkt

Kai ist nur ruhig, wenn man ihn alleine hat.