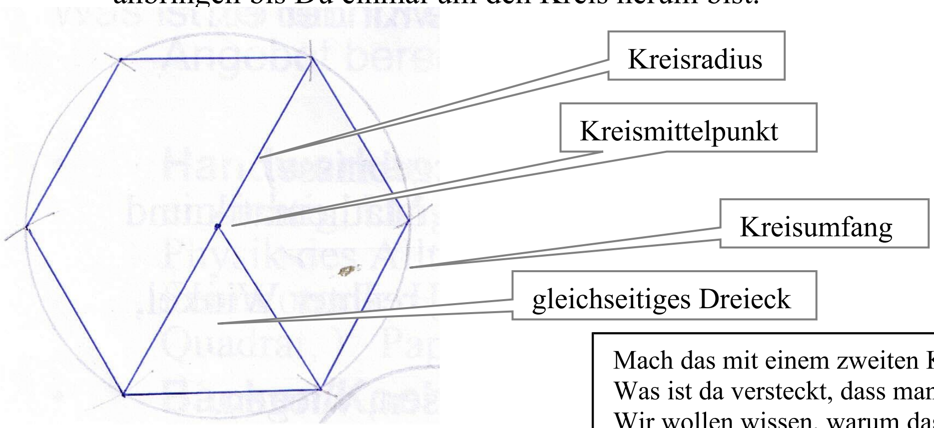
Versteckte Regeln:
Von Beispielen zum Augenschein zur Vermutung bis zum Beweis

Vorlesen: *Die Mathematiker entdecken immer wieder „wundersame“ Regeln in Zahlen oder Diagrammen oder Zeichnungen, wenn sie Beispiele betrachten und aufzeichnen. Davon sehen wir uns einige an und ihr zeichnet sie euch auch auf. Später wirst Du sehen, dass man damit schöne Fußbodenpflaster legen kann.*

Die Regel gilt nun für Dein 1. Beispiel, für das 2., für das 3. und 4. Gilt die Regel in Deinen Beispielen auch für das 1000. oder Millionste und auch auf dem Mond oder in der Tiefsee?
Deine wenigen Beispiele, die Du nur machen kannst, können für Dich nur eine Vermutung sein, aber sicher kannst Du Dir nicht sein. Die Mathematiker machen dann einen „Beweis“, der sicherstellt, dass die Vermutung immer und überall gültig ist, sofern man gewisse Regeln einhält.

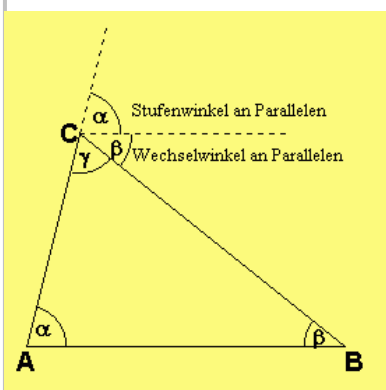
1. Aufgabe: Zeichne auf einem extra Blatt in die obere Hälfte einen Kreis. Zeichne mit dem Lineal durch den Kreismittelpunkt irgendeine eine Gerade. Nun trage den Kreisradius auf dem Kreisumfang immer wieder ab und wenn Du exakt gezeichnet hast, kannst Du genau 6 Abschnitte anbringen bis Du einmal um den Kreis herum bist.



Mach das mit einem zweiten Kreis mit anderer Größe. Stimmt es da auch ?
Was ist da versteckt, dass man vermuten kann, dass es immer aufgeht.
Wir wollen wissen, warum das **immer** so ist.

Zeichne alle Dreiecke ein, die sich aus Kreismittelpunkt und einem der Punkte auf dem Kreisumfang ergeben. Wieviel Dreiecke sind es nun?

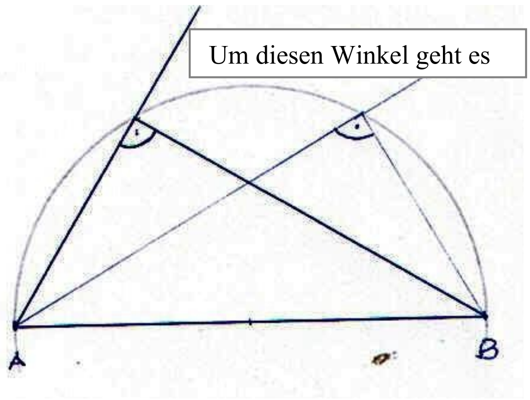
Die Summe der Winkel eines Dreicks sind immer ein halber Kreis, wie die untere Skizze zeigt.
Jedes der Dreiecke in unserem Kreis, egal wie groß oder klein der Kreis ist, hat 3 gleiche Winkel und so können immer genau 3 Dreiecke in einem Halbkreis untergebracht werden, im gesamten Kreis also 6 Dreiecke, wie Du an Deinen Kreisen sehen kannst. Das gilt immer und in jedem beliebigem Kreis.
Damit hätten wir also einen Beweis, der unsere Vermutung aus den gezeichneten Beipielen ganz allgemein als richtig ausweist.



Der Winkelsummensatz:
Die Winkelsumme im Dreieck ist ein halber Kreis (gestreckter Winkel)

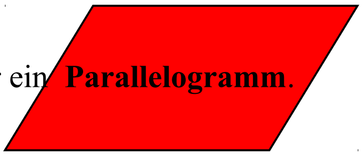
Beweis:
Die Winkel α bei den Punkten A und C sind als Stufenwinkel gleich.
Die Winkel β bei den Punkten B und C sind als Wechselwinkel gleich.
Am Punkt C sieht man: $\alpha + \beta + \gamma$ = gestreckter Winkel = halber Kreis

Aufgabe 2: Auf dem unteren Teil des Blattes zeichne wieder einen Kreis und durch den Mittelpunkt eine Gerade wie oben schon mal. Die Endpunkte nennen wir einfach mal A und B.
Von A aus zeichne mit dem Lineal irgendeine Gerade und vom Schnittpunkt mit dem Kreis eine Gerade zu B (siehe die Zeichnung nebenan). Wiederhole das mit einer anderen Geraden von A aus. Schau Dir die Winkel am Kreis an.
Probier es mit einem anderen Kreis.
Was fällt Dir auf?   Welche Vermutung hast Du ?



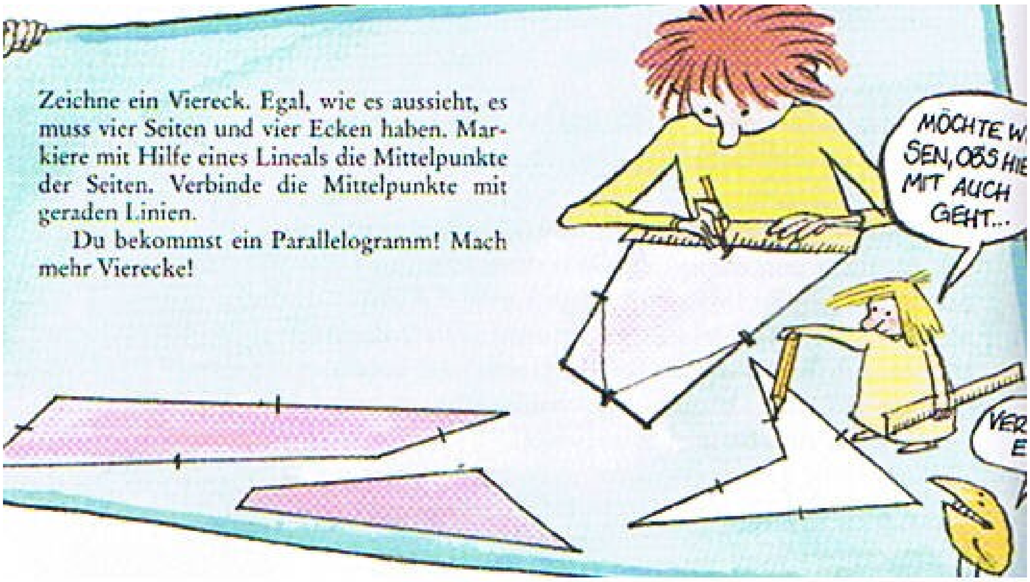
Alle Winkel sind gleich, egal wie groß der Kreis ist.
Auch dazu gibt es einen ähnlichen Beweis wie oben.

Aufgabe 3:
Und noch ein Beispiel, weil es so schön geht.
Zeichne auf ein Blatt Papier 4 Punkte und verbinde sie zu einem Viereck.
Halbiere die Seiten Deines Vierecks und verbinde diese Punkte.



Du erhältst immer ein **Parallelogramm**.

(aus DahlNordquist)



Das könnte man auch „beweisen“.

Spezialfall: Quadrat, teile alle 4 Seiten im gleichen Verhältnis (1:1, 1:2, 1:4 usw.) verbinde die neuen Punkte und Du erhältst wieder ein Quadrat das sich im Ausgangsquadrat dreht. Daraus kann man „Kunst“ machen!

Erweiterungen

- Siehe auch Parkettierungen
- Platonische Körper
- Zahlentheorie

Warum gibt es eigentlich solche versteckte Regeln / Muster ??
Warum erkennt das Gehirn Dur und Moll und solche Muster mit emotionaler Bedeutung ??